

**Lahendused ja
hindamisjuhised
VIII klass**

**Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste
olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.**

1. Leia arvu x väärtus.

$$100 - \left\{ \left[90000 - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150 \right] : 450 \right\} = 44$$

Vastus: $x = 125$

Lahendus:

$$100 - \left\{ \left[90000 - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150 \right] : 450 \right\} = 44$$

$$1) \quad 100 - 44 = \left[90000 - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150 \right] : 450$$

$$56 = \left[90000 - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150 \right] : 450$$

$$2) \quad 56 \cdot 450 = 90000 - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150$$

$$25200 = 90000 - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150$$

$$3) \quad 25200 - 90000 = - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150$$

$$64800 = \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150$$

$$4) \quad \frac{64800}{150} = \frac{112500}{x} - 468$$

$$432 = \frac{112500}{x} - 468$$

$$5) \quad 432 + 468 = \frac{112500}{x}$$

$$900 = \frac{112500}{x}$$

$$6) \quad x = \frac{112500}{900} = 125$$

Hindamine:

Õiges järjekorras avaldamine: 1p

Iga õige avaldamine: 1p

Kokku: 7p

Antud vaid õige vastus: 2p

Lahendused ja hindamisjuhised VIII klass

Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste
olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.

2. Ühesugustest äärekividest laoti kaks sirglõiku. Lõikudest üks oli teisest 8 m võrra pikem. Lühema lõigu ladumiseks kasutati 15 kivi. Mõlemale lõigule kulunud äärekivid maksid kokku 3200 krooni. Leia lõikude pikkused kui ühe äärekivi hind oli 80 krooni.

Vastus: Lõikude pikkused olid 12 m ja 20 m.

Lahendus: Kuna lühemale lõigule laoti 15 äärekivi ja ühe kivi hind oli 80 krooni, siis lühema lõigu kivid maksid kokku 1200 krooni.

Seega pikema lõigu kivid maksid kokku $3200 - 1200 = 2000$.

Et pikem lõik oli 8 m võrra pikem ja selle kivid maksid 800 krooni rohkem, siis ühe meetri ladumiseks kulus äärekive maksumusega 100 krooni.

Seega lühema lõigu pikkus oli $1200 : 100 = 12$ meetrit ja pikema lõigu pikkus oli $2000 : 100 = 20$ meetrit.

Hindamine:

Leitud kummagi lõigu kivide maksumus: 3p

Leitud kui palju maksab 1 meetri jagu äärekivi: 2p

Leitud lõikude pikkused: 2p

Kokku: 7p

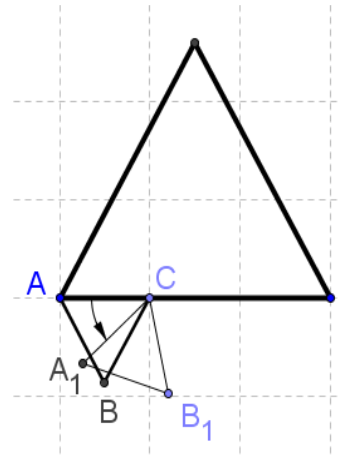
Antud vaid õige vastus: 2p

Lahendused ja hindamisjuhised

VIII klass

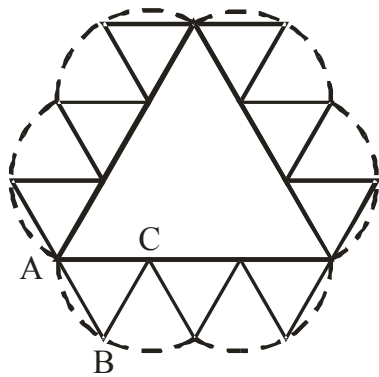
Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.

3. Võrdkülgse kolmnurga külje pikkus on 3 cm. Sellest väljapoole on joonestatud võrdkülgne kolmnurk ABC külje pikkusega 1 cm nii, et tipp A ühtib suure kolmnurga tipuga ja tipp C asub suure kolmnurga küljel. Kolmnurka ABC pööratakse libistamata vastupäeva mööda suurema kolmnurga külgi niikaua, kuni see jõuab tagasi esialgsesse asendisse. Joonisel on näidatud kolmnurga ABC esialgne ning ühtlasi lõplik asend ja üks asenditest pärast pööramise alustamist (A_1B_1C). Joonesta kolmnurga pööramisel tekkivad asendid, kus kolmnurga ABC kaks tippu asuvad suure kolmnurga küljel. Leia kolmnurga tipu A poolt läbitud täpne teepikkus.



Vastus:

Väikse kolmnurga asendid, kus kaks tippu asuvad suure kolmnurga küljel on joonisel. Tipu A läbitud teekonna täpne pikkus on 4π cm.



Lahendus:

Tipu A poolt läbitud teepikkus koosneb kuuest kaarest kesknurga suurusega 120° . Teekonna pikkus on:

$$6 \cdot \frac{120^\circ \cdot 2\pi r}{360^\circ} = 2 \cdot 2 \pi r = 4\pi$$

Kuna kolmnurga külje pikkus on 1 cm, siis kaarte raadius on 1 cm.

Seega kolmnurga tipu A teekonna täpne pikkus on $4\pi \cdot 1 = 4\pi$ (cm).

Hindamine:

Tehtud õige joonis kolmnurga asendite kohta: 1p

Leitud kaarte suurused: 3p

Leitud kaarte pikkused: 3p

Kokku: 7p

Kui π on asendatud ligikaudse arvuga, vähendada punktisummat 1p võrra.

Antud ainult õige vastus: 2p

**Lahendused ja
hindamisjuhised
VIII klass**

**Eesti koolinoorte LVI täppisteaduste
olümpiaad
MATEMAATIKA KOOLIVOOR
Tallinnas, 7. jaanuaril 2009. a.**

5. Sõnas LÄÄNEMERI vastavad erinevatele tähtedele erinevad numbrid ja ühesugustele tähtedele ühesugused numbrid.

Teada on, et $L + \ddot{A} \cdot \ddot{A}$ ja $M + E \cdot M$ on paaritud arvud ning

$I \cdot L + I \cdot \ddot{A}$, $\ddot{A} + N + L \cdot \ddot{A}$, $R + \ddot{A} - L - N$ ja $I + R$ on paarisarvud.

a) Põhjenda, et $L \cdot \ddot{A} + \ddot{A} \cdot N + E \cdot M + E \cdot R + I$ ei jagu arvuga 2.

b) Leia vähim üheksakohaline arv, mis saab neil tingimustel vastata sõnale LÄÄNEMERI.

Vastus: a) ei jagu kahega kuna avaldise $L \cdot \ddot{A} + \ddot{A} \cdot N + E \cdot M + E \cdot R + I$ väärtus on paaritu

b) Vähim võimalik arv on 211305046.

Lahendus:

Et $L + \ddot{A} \cdot \ddot{A}$ on paaritu, siis L ja \ddot{A} on erineva paarsusega.

Et $M + E \cdot M$ on paaritu, siis $M(1+E)$ on paaritu ja järelikult M on paaritu ja E paaris.

Et $I \cdot L + I \cdot \ddot{A}$ on paaris, siis $I(L + \ddot{A})$ on paaris. Kuna L ja \ddot{A} on erineva paarsusega, siis nende summa on paaritu. Järelikult I on paarisarv.

Et $I + R$ on paaris, siis R on paarisarv.

Et $R + \ddot{A} - L - N$ on paaris, siis kuna R on paaris ($\ddot{A} - L$) on paaritu, peab N olema paaritu.

Et $\ddot{A} + N + L \cdot \ddot{A}$ on paaris, siis kuna $L \cdot \ddot{A}$ on paaris ja N paaritu, siis \ddot{A} peab olema paaritu.

Järelikult L on paarisarv.

a) Avaldise $L \cdot \ddot{A} + \ddot{A} \cdot N + E \cdot M + E \cdot R + I$ liidetavatest üks $\ddot{A} \cdot N$ on paaritu ja ülejäänud liidetavad on paaris. Seega avaldise $L \cdot \ddot{A} + \ddot{A} \cdot N + E \cdot M + E \cdot R + I$ väärtus on kindlasti paaritu ja seega ei jagu arvuga 2.

b) Alustades sõna algusest, siis paarisarvud peavad vastama tähtedele L , E , R ja I ja paaritud tähtedele \ddot{A} , N , M .

Seega vähim üheksakohaline arv, mis neil tingimustel saab vastata on 211305046.

Hindamine:

Leitud tähtede M ja E vastavate arvude paarsused: 1p

Leitud tähtede I ja R vastavate arvude paarsused: 1p

Leitud tähele N vastava arvu paarsus: 1p

Leitud tähtedele L ja \ddot{A} vastavate arvude paarsused: 1p

Näidatud, et avaldise $L \cdot \ddot{A} + \ddot{A} \cdot N + E \cdot M + E \cdot R + I$ väärtus peab olema paaritu: 2p

Leitud vastava arvu vähim võimalik väärtus: 1p

Kokku: 7p